جلسه اول

فصل اول: مقدمه

هدف کلی:

آشنایی کلی با نقش اعداد در تجزیه و تحلیل پدیده ها، علم آمار، انواع مقیاسهای عددی

هدف های رفتاری:

- مفهوم داده های آماری و مقیاسهای اندازه گیری آنها
- تعریف علم آمار، آمار توصیفی و آمار استنباطی، عنصر و جامعه
- دلایل نمونه گیری و مزایای آنها
- انواع داده های مهم در تحلیلهای جغرافیا و تفاوت آنها با دیگر داده ها در سایر علوم

مفاهیم:

آمار به مجموعه ای از تکنیک ها و روشهایی گفته می شود که در جمع آوری، طبقه بندی، خلاصه کردن، پردازش، نمایش، تجزیه و تحلیل و تفسیر اطلاعات آماری مورد استفاده قرار می گیرد.

در یک دسته بندی عمومی، دو روش آماری عمده وجود دارد: آمار توصیفی و تحلیلی. این روشها ممکن است با نامهای دیگری هم شناخته شوند و یا بصورت ترکیبی و در کنار هم به کار روند.

آمار توصیفی (Descriptive statistics): آمار توصیفی زمانی است که ما از آمار برای توصیف یک جامعه آماری استفاده می کنیم. این جامعه آمار باید آنقدر کوچک باشد که ما بتوانیم تمام اعضاء آن را در مطالعه بگنجانیم. به عنوان مثال می خواهیم تاثیر جنسیت دانشجویان یک کلاس 50 نفره حسابداری را بر نگرش آنان نسبت به این رشته بسنجیم. ما باید هر 50 نفر را مطالعه کنیم. نتایج به دست آمده توصیفگر تأثیر جنسیت بر نگرش اعضاء این کلاس نسبت به رشته خواهد بود. ما نمی توانیم نتایج این مطالعه را به تمام دانشجویان حسابداری یا هر جامعه آماری دیگری تعمیم دهیم. چرا که مطمئن نیستیم که این گروه 50 نفره معرف تمامی دانشجویان حسابداری باشند.

آمار تحلیلی یا استنباطی (Inferential statistics): آمار تحلیلی زمانی مطرح می شود که ما از یک مجموعه داده برای نتیجه گیری در مورد چیزی فراتر از آن مجموعه داده استفاده کنیم. به عنوان مثال ما با استفاده از نمونه گیری، 30 دانشجوی حسابداری را از میان 200 دانشجوی حسابداری یک دانشگاه انتخاب کرده و تأثیر جنسیت بر نگرش آنها نسبت به رشته را بررسی می کنیم. سپس نتایج مطالعه این 30 نفر را به تمامی دانشجویان حسابداری این دانشگاه تعمیم می دهیم. یعنی در آمار توصیفی، تمام اعضا جامعه مطالعه می شوند ولی در آمار تحلیلی نمونه ای از جامعه که معرف کل جامعه است مطالعه می شود اما نتایج به کل جامعه تعمیم داده می شوند. آمار تحلیلی این امکان را میدهد تا جنبه های مورد نظر جامعه های بزرگ آماری را از روی نمونه های نسبتاً کوچکی که نماینده یا معرف آن جامعه ها هستند، مطالعه کنیم.

آمار تحلیلی نسبت به آمار توصیفی پدیده ای جدیدتر به حساب می آید و نتایج حاصل از آن می تواند در استدلال یافته های پژوهش و یا تصمیم گیری مدیران موثر واقع شود.

صفت مشخصه، صفت یا صفاتی است که در تمامی اعضای جامعه آماری بصورت یکسان وجود دارد. به همین علت بررسی آماری بر روی صفت مشخصه انجام نمی گیرد.

عناصر جامعه به جز صفت مشخصه که در همه اعضا جامعه مشترک است، دارای خواص دیگری نیز هستند که با هم متفاوتند. این گونه خاصیتها یا صفات را که بین اعضا جامعه متغیّر هستند، صفات متغیّر و یا به اختصار متغیر می نامند.به عبارت دیگر صفت متغیّر صفتی است که از یک عضو جامعه آماری به عضو دیگر می تواند تغییر کند.

نمونه آماری به بخشی از جامعه آماری اطلاق می شود که مورد بررسی قرار می گیرد. نمونه آماری بار روشهای مختلف نمونه گیری به دست می آید. اگر تمام اعضای یک جامعه مشمول سنجش آماری شوند و تک تک مورد بررسی قرار گیرند این عمل را سرشماری می گویند. سرشماری عبارت از ثبت و ضبط هدفمند داده های ارزشمند درباره یک جامعه. سرشماریها عموما در سطح ملی و با شمارش همه اعضای جامعه انجام می گیرند. سر شماری وقتی انجام می گیرد که دسترسی به تمامی اعضای جامعه مورد نظر امکان پذیر باشد. مثالها:

- دیدگاه دانشجویان تحصیلات تکمیلی دانشگاه آزاد در مورد نیازهای اساسی دانشگاه در حوزه تحصیلات تکمیلی
- میانگین تعداد دفعات امانت کتاب توسط استادان دانشکده علوم انسانی از کتابخانه مرکزی دانشگاه آزاد در سه ماهه سوم سال جاری

انواع متغییر:

صفات متغیّر میتوانند دو نوع داشته باشند، کیفی و کمّی:

متغیّر کیفی (qualitative): صفتی که برای اعضا جامعه نتوان آن را با هیچ کمیتی بیان کرد مثل جنسیت که می تواند زن باشد یا مرد، و یا نوع بیماری.

متغیّر کمّی (quantitative): صفتی است که بتوان آن را برای اعضا جامعه به صورت عددی و کمّی بیان نمود مثل قد، سن، میزان درآمد، میزان مطالعه، تعداد مقالات تألیفی و غیره.

صفات متغیّر کمّی نیز خود دارای دو نوع مهم هستند که عبارتند از پیوسته، و گسسته یا ناپیوسته.

متغیّر پیوسته (continuous): متغیری که بین هر دو عدد آن بی نهایت عدد قرار می گیرد. به عنوان مثال عمر یک مدرک از هنگام نشر تا تهیه و قرار دادن در کتابخانه می تواند یک کمیت پیوسته باشد زیرا عمر یک مدرک می تواند 3 سال، یا سه سال و 2 ماه و یا 3 سال و 2 ماه و 13 روز و 10 ساعت باشد. همچنین است قد یک انسان می تواند 170 سانتیمتر و یا 170 سانتیمتر و 5 میلیمتر باشد.

متغیّر گسسته (discrete): اگر اعداد حاصل از شمارش و آمار گیری به گونهای باشد که بین دو واحد متوالی، عدد یا کمیت دیگری قرار نگیرد، این کمیتها جدا یا ناپیوسته یا گسسته نامیده می شوند. به عبارت دیگر در متغیر گسسته، بین

هر دو عدد متوالی آن هیچ عددی قرار ندارد. نظیر تعداد دفعات استفاده از یک کتاب که می تواند 2 یا 3 باشد اما نمی تواند 2/5 (دو و نیم) باشد. یا تعداد دانشجویان کلاس که می تواند فرضاً 14 یا 15 باشد اما نمی تواند 14/5 باشد.

مقیاس های اندازه گیری متغییرها:

- مقیاس اسمی
- مقیاس ترتیبی(رتبه ای)
- مقیاس فاصله ای
- مقیاس نسبتی(نسبی)

مقیاس یا سنجه استاندارد، معیاری پذیرفته شده برای اندازه گیری برخی صفات کمّی است. مثلا برای سنجش وزن از گرم یا کیلوگرم استفاده می کنیم. به طور کلی در آمار چهار نوع مقیاس برای اندازه گیری متغیرها وجود دارد: مقیاس اسمی،مقیاس ترتیبی، مقیاس فاصله ای و مقیاس نسبتی .

مقیاس اسمی (nominal)

در اندازه گیری به طریقه اسمی، از اعداد به منظور جدا کردن نمودها یا عناصر طبقات استفاده می شود. اما این اعداد صرفاً نقش نمادین دارند یک علامت یا نام محسوب می شوند. آنها به هیچ وجه جنبه کمّی یا عددی ندارند و نمیتوان هیچ نوع عملیات جبری روی آنها انجام داد. تنها ویژگی که این مقیاس نشان میدهد برابر بودن و یا متفاوت بودن است. به عنوان مثال ممکن است در یک پرسشنامه از پاسخ دهندگان بپرسید:

جنسیت شما چیست؟

1. مرد 2. زن

در اینجا عدد یک می تواند به عنوان یک نماد برای جنسیت مرد مورد استفاده قرار گیرد ولی هیچ ماهیت کمّی ندارد.

مقیاسهای اندازه گیری در تمام مثالهای زیر از نوع اسمی هستند.

رشته تحصیلی شما چیست؟

1. شیمی 2. فیزیک 3. حسابداری 4. ریاضیات

از کدام منبع بیش از سایر منابع برای انجام پژوهش استفاده میکنید؟

1. کتاب 2. مقالات مجلات 3. منابع روی وب 4. پایاننامه ها

مقیاس ترتیبی یا رتبه ای (ordinal)

در این نوع اندازه گیری از اعداد برای مقایسه عناصر از نظر کوچکتر یا بزرگتر بودن و یا برابر بودن استفاده می شود. عناصر جامعه نیز بر اساس نتایج این مقایسه ها، طبقه بندی می شوند. اعداد در این نوع اندازه گیری فقط برای مرتب کردن عناصر از کوچک به بزرگ یا برعکس مورد استفاده قرار می گیرند و نشانه کمیّت مشخصی نیستند. مثال: به سئوال زیر توجه کنید:

شما میزان رضایتمندی خود را از خدمات بخش مرجع کتابخانه چگونه می بینید؟

1. خیلی کم 2. کم 3. متوسط 4. زیاد 5. خیلی زیاد

توجه کنید که در اینجا ما میتوانیم بگوئیم 5 (خیلی زیاد) بیشتز از 4 (زیاد است) اما این صرفاً بیانگر رتبه آنها در مقایسه با یکدیگر است. ما نمیتوانیم میزان یا کمیت این برتری را مشخص کنیم، یا به عبارتی مشخص نیست خیلی زیاد چقدر از زیاد، بیشتر است. در مقیاس ترتیبی نیز انجام عملیات جبری ممکن نیست.

مقیاس فاصله ای (interval)

در اندازه گیری به شیوه فاصله ای، عناصر مورد اندازه گیری نه تنها میتوانند از نظر رتبه با یکدیگر مقایسه شوند، بلکه میتوان آنها را بر حسب طول فاصله میان عناصر نیز مقایسه و طبقهبندی کرد. نمونه بارز این نوع مقیاس، درجه حرارت بر حسب سلسیوس است. در اندازه گیری با مقیاس فاصله ای ما نیازمند یک نقطه صفر و نیز نیازمند مشخص بودن فاصله هستیم. صفر در این مقیاس صفر مطلق نیست و صفر دلبخواهی است. مثل صفر در مقیاس درجه حرارت سلسیوس که صفر مطلق نیست (صفر مطلق 273- درجه سلسیوس است). به همین علت دراین مقیاس استفاده از مقادیر منفی نیز امکانپذیر است. برخلاف دو مقیاس اسمی و ترتیبی، در مقیاس فاصله ای میتوان برخیعملیات جبری نظیر تفریق را انجام داد، اما امکان ضرب و تقسیم وجود ندارد. به عنوان مثال نمیتوان گفت 50 درجه سلسیوس دو برابر 25 درجه سلسیوس گرم است. نمونه دیگر مقیاس فاصله ای، بهره هوشی است.

مقیاس نسبی یا نسبتی (ratio)

مقیاس نسبی نه تنها به ما امکان میدهد تعیین کنیم یک اندازه از اندازه دیگر چقدر بزرگتر یا کوچکتر است، بلکه به ما امکان میدهد تا بگوئیم یک اندازه چند برابر یا چه نسبتی از یک اندازه دیگر است. مقادیر فیزیکی نظیر وزن، طول و حجم از نوع مقیاس نسبی هستند. در مقیاس نسبی، یک اندازه طبیعی به نام صفر مطلق وجود دارد. در این مقیاس امکان انجام اعمال جبری نظیر تقسیم و ضرب نیز وجود دارد. به عنوان مثال میتوانیم بگوییم که یک بسته 20کیلوگرمی دو برابر یک بسته 10 کیلوگرمی وزن دارد، یا وزن آن 10 کیلوگرم از بسته 10 کیلوگرمی بیشتر است و یا اینکه وزن آن 100 درصد بیشتر از بسته 10 کیلوگرمی است و یا اینکه این دو بسته در مجموع 30 کیلوگرم وزن دارند. همان طور که میبینیم تمامی اعمال جبری بر روی این مقیاس قابل انجام است.

* نکته: صفتهای متغیّر کیفی با مقیاسهای اسمی و ترتیبی اندازه گیری می شوند، و صفتهای متغیّر کمّی با مقیاسهای فاصله ای و نسبی.

جلسه دوم

فصل دوم: سازمان دهی داده ها

هدف کلی:

آشنایی مقدماتی با شیوه های تنظیم و تلخیص داده ها و تشکیل جدول فراوانی

هدف های رفتاری:

- نحوه مرتب کردن داده ها(کمی و رسته ای)
- تنظیم جداول فروانی و معیارهای مربوطه
- نمودارهای آماری و کاربرد آنها در توصیف داده ها

داده های آماری که در مرحله مشاهده به دست آمده است، اعداد و ارقامی هستند که هیچگونه مفهوم خاصی نداشته و نیاز به پردازش دارند تا آنها را به صورت یک مجموعه ادغام شده درآورد. پردازش داده ها یا نتایج مشاهدات شامل منظم کردن، طبقهبندی یا گروهبندی، تشکیل جداول، محاسبه شاخصهای آماری است. بنابراین هدف از پردازش عبارت است از ادغام نتایج مشاهدات، متراکم کردن اطلاعات، و به دست آوردن شاخصها به منظور توصیف ویژگیهای جامعه آماری.

جدول توزیع فراوانی:

فراوانی عبارت است از تعداد یا مقدار مشاهده شده از یک متغیر در یک گروه خاص. جدول توزیع فراوانی جدولی است که خلاصه ای از فراوانی های مشاهده شده یک متغیر را نشان می دهد.

در جدول توزیع فراوانی (یا توزیع صفت متغیّر)، کلیه اعداد، طبقه بندی شده و فراوانی آنها که بیانگر تکرار یک عدد است در جلوی آنها یادداشت می شود.

مفاهیم جدول آماری:

الف) فراوانی مطلق هر رده	د) فراوانی تجمعی نسبی
ب) فراوانی نسبی هر رده	ه) نماینده طبقات (وسط طبقات)
ج) فراوانی تجمعی هر رده	و) خط و نشان(چوب وخط)

- **فراوانی (مطلق) در جدول دسته‌بندی: فراوانی مطلق یک دسته برابر تعداد اعضایی است که در آن دسته قرار می‌گیرند.**
- **فراوانی نسبی : نسبت فراوانی مطلق یک دسته به کل فراوانی های همه دسته ها یعنی $\frac{f_i}{n}$.**
- **درصد فراوانی نسبی : حاصلضرب فراوانی نسبی در ۱۰۰ را درصد فراوانی نسبی می نامند.**
- **فراوانی تجمعی : مجموع همه فراوانی ها از دسته اول تا هر دسته را فراوانی تجمعی می نامند.به عبارت دیگر فراوانی تجمعی هر دسته برابر تعداد اشیایی است که مقدار آنها از کرا ن بالای آن دسته کمترند.**
- **فراوانی نسبی تجمعی : نسبت فراوانی تجمعی یک دسته به کل فراوانی های همه دسته ها.**
- **درصد فراوانی نسبی تجمعی : حاصلضرب فراوانی نسبی تجمعی در ۱۰۰ را درصد فراوانی نسبی تجمعی می نامند.**

مثال1. داده های زیر میزان کیفیت 20 کالا را براساس کیفیت خوب(کد3) و کیفیت متوسط (کد2) و کیفیت ضعیف (کد1) نشان می دهد. یک جدول فراوانی مناسب برای این داده ها تشکیل دهید.

2 3 2 1 1 2 3 1 3 2 1 1 2 3 1 2 2 2 2 3

کیفیت کالا	فراوانی مطلق	فراوانی نسبی	فراوانی تجمعی	فروانی نسبی تجمعی
۱	۶	۰/۳	۶	۰/۳
۲	۹	۰/۴۵	۱۵	۰/۷۵
۳	۵	۰/۲۵	۲۰	۱
جمع	۲۰	۱	-	-

مثال 2. گروه خونی 20 فرد ورزشکار را به صورت زیر جمع آوری کرده ایم. یک جدول فراوانی مناسب برای این داده ها تشکیل دهید.

$B, A, AB, B, O, O, AB, O, O, O$
$AB, B, B, A, B, A, O, O, O, A$

گروه خونی	فراوانی مطلق	فراوانی نسبی	فراوانی تجمعی	فراوانی نسبی تجمعی
A	4	0.2	4	0.2
B	5	0.25	9	0.45
AB	3	0.15	12	0.6
O	8	0.4	20	1
جمع	20	1	-	-

چگونگی تشکیل جدول فراوانی داده های پیوسته:

محاسبه دامنه تغییرات: $R = x_{\max} - x_{\min}$

محاسبه تعداد رده ها :

الف) روش دلخواه

ب) $k = 1 + 3.3\log(n)$

ج) $n = 2^k$

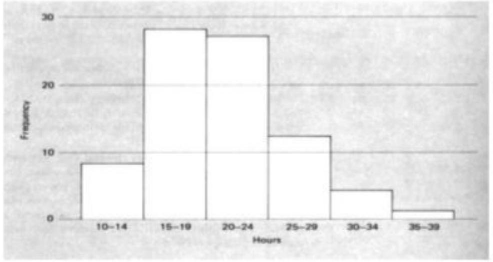
محاسبه طول(حدود) رده ها: $c = \frac{R}{k}$

نمودارهای آماری:

- بافت نگار(هیستوگرام)

نمودار بافت نگار برای داده های کمی پیوسته بکار برده می شود.

روی محور افقی حدود رده ها و روی محور عمودی فراوانی مطلق یا فراوانی نسبی تعریف می شود.



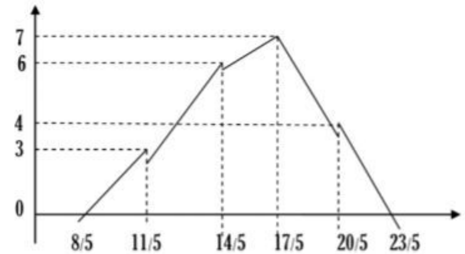
- چند بر فراوانی(چند ضلعی)

نمودار چند بر فراوانی نیز برای داده های کمی پیوسته بکار برده می شود.

روی محور افقی حدود رده ها و روی محور عمودی فراوانی مطلق یا فراوانی نسبی تعریف می شود.

مثال: برای جدول فراوانی زیر ، نمودار چند بر فراوانی رسم کنید

دسته ها	مرکز دسته	فراوانی
10–13	11/5	3
13–16	14/5	6
16–19	17/5	7
19–22	20/5	4



- شاخه و برگ(ساقه و برگ)

نمودار شاخه و برگ نیز برای داده های کمی پیوسته بکار برده می شود.

مثال: فرض کنید عددهای زیر تعداد شعب یک بانک بزرگ در 20 ناحیه شهری باشد.

69 84 52 93 61 74 79 65 63 88

57 64 67 72 74 55 82 61 77 68

شاخه	برگ						
5	2	5	7				
6	1	1	3	4	5	7	8	9
7	2	4	4	7	9		
8	2	4	8				
9	3						

- دایره ای(کلوچه ای)

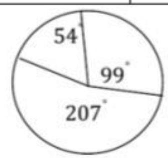
نموداری دایرهای، شبیه یک دایره است که تمام اجزا یک کل را نشان میدهد. فهم این نوع نمودار به لحاظ بصری آسانتر است و بیشتر از آن برای صفات متغیّر کیفی استفاده می شود. اما به طور کل از نمودار دایره ای بیشتر برای نشان دادن متغیرهای کیفی (مثل جنسیت، رشته تحصیلی و غیره) استفاده می شود.

نمودار دایره ای برای داده های رسته ای(کیفی) بکار برده می شود.

360 × فراوانی نسبی هر رده = قطاع دایره برای هر رده

مثال: با توجه به جدول زیر نمودار دایره ای خانوارها را بر حسب جمعیت رشم کنید.

نوع خانوار	کم جمعیت	جمعیت متوسط	پر جمعیت	جمع
تعداد خانوار	11	23	6	40
زاویه روی دایره	$\frac{11}{40}\times 360^\circ = 99^\circ$	$\frac{23}{40}\times 360^\circ = 207^\circ$	$\frac{6}{40}\times 360^\circ = 54^\circ$	



- میله ای

نمودار میله ای برای داده های رسته ای(کیفی) و داده های کمی گسسته بکار برده می شود.

روی محور افقی نشان طبقات(نماینده رده ها) و روی محور عمودی فراوانی نسبی را تعریف می کنیم.

فصل سوم: توصیف عددی داده ها

هدف کلی:

آشنائی با راه های گوناگون بیان ویژگیهای داده ها به کمک اندازه های گرایش مرکزی و پراکندگی

هدف های رفتاری:

- دلایل نیاز به توصیف هندسی و عددی داده ها
- گرایشهای مرکزی و پراکندگی و تفاوتها و کاربرد آنها
- مشخصه های شکلی در توصیف داده ها

گرایش های مرکزی: شاخصهای مرکزی یا مشخصه های مرکزی، شاخصهایی هستند که مرکزیت یک صفت متغّیر را در جامعه نشان میدهند. برای یک محقق مهم است که از وضعیت توزیع یک صفت متغّیر در جامعه آگاه باشد.

- میانگین
- میانه
- مد(نما)

میانگین حسابی:

الف) هنگامی که تعداد داده ها معمولی یا کم باشد. $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

ب) هنگامی که داده ها به صورت جدول فراوانی مرتب شده باشند. $\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i . m_i$ که در آن f_i فراوانی مطلق رده i ام و m_i نشان دسته i ام است.

مثال:

در جدول فراوانی مقابل، میانگین داده‌ها کدام است؟

حدود دسته‌ها	۶–۸	۸–۱۰	۱۰–۱۲	۱۲–۱۴
فراوانی	۱	۳	۱	۵

۱) ۱۰
۲) ۱۰/۵
۳) ۱۱
۴) ۱۱/۵

گزینه ۳ پاسخ است.

می‌دانیم در یک جدول فراوانی، میانگین کرانهای هر طبقه برابر نشان دسته است، پس داریم:

حدود دسته‌ها	۶–۸	۸–۱۰	۱۰–۱۲	۱۲–۱۴
نشان دسته‌ها	۷	۹	۱۱	۱۳
فراوانی	۱	۳	۱	۵

$$\bar{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} f_i . m_i = \frac{1\times7+3\times9+1\times11+5\times13}{1+3+1+5} = \frac{110}{10} = 11$$

جلسه سوم

میانگین همساز(هارمونیک یا توافقی) :

هنگامی که مشاهدات بر حسب واحد مانند، کیلومتر بر ساعت، لیتر بر ثانیه،... تعریف شوند از میانگین هارمونیک استفاده می شود.

الف) هنگامی که تعداد داده ها معمولی یا کم باشد. $H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}}$

ب) هنگامی که داده ها به صورت جدول فراوانی مرتب شده باشند. $H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{m_i}}$

مثال: در یک کارگاه تراشکاری یک قطعه خاص به وسیله سه رایانه در زمان های $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ ساعت تراش داده می شود. میانگین هارمونیک زمان برش را محاسبه کنید.

برای حل از فرمول قسمت الف استفاده می کنیم، بنابراین خواهیم داشت:

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n} \frac{1}{x_i}} = \frac{3}{(4+3+2)} = \frac{1}{3}$$

میانگین هندسی

هنگامی که مشاهدات به صورت، نرخ رشد، نرخ تورم، نسبت،... تعریف شوند از میانگین هندسی استفاده می شود.

االف) هنگامی که تعداد داده ها معمولی یا کم باشد. $G = \sqrt[n]{x_1 . x_2 .... x_n}$

ب) هنگامی که داده ها به صورت جدول فراوانی مرتب شده باشند. $G = \sqrt[n]{x_1^{f_1} x_2^{f_2} ... x_k^{f_k}}$

مثال: اگر میزان رشد جمعیت در 5 سال اخیر در کشور به صورت زیر باشد میانگین رشد جمعیت در این دوره چقدر است؟

3.5 و 3 و 3 و 2.8 و 3

داریم $G = \sqrt[5]{2.8 . 3^3 . 3.5} = 3.05$

نکته: همواره رابطه زیر بین میانگین ها برقرار است:

میانگین حسابی > میانگین هندسی > میانگین هارمونیک

مثال: میانگین حسابی تعدای داده 11 و میانگین هارمونیک آنها 8 می باشد، کدام گزینه می تواند میانگین هندسی همان داده ها باشد؟

1) 9   2) 12   3) 7   4) قابل محاسبه میست

پاسخ گزینه 1 می باشد، با توجه به نکته فوق باید از 8 بزرگتر و از 11 کوچکتر باشد.

میانه:

حالت(1): هنگامی که تعداد مشاهدات معمولی یا کم است.

االف) تعداد مشاهدات فرد باشد: میانه برابر است با عددی که در وسط مشاهدات قرار می گیرد.

ب) تعداد مشاهدات زوج باشد: میانه برابر است با میانگین دو مشاهده ای که در وسط داده ها قرار می گیرد.

حالت(2):هنگامی که مشاهدات به صورت جدول فراوانی مرتب شده باشند.

$$\tilde{x} = m = L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right) \times c$$

L : حد پایین طبقه ای که میانه در آن قرار می گیرد.(**رده میانه اولین رده ای که فراوانی تجمعی آن بزرگتر یا مساوی** $\frac{n}{2}$ **باشد.**)

F_{i-1} : فراوانی تجمعی طبقه قبل از طبقه ای که میانه در آن قرار دارد.

f_i : فراوانی مطلق طبقه ای که میانه در آن قرار دارد.

مثال: میانه داده های جدول فراوانی زیر را بیابید:

حدود رده ها	20-24	25-29	30-34	35-39
فراوانی	12	22	10	16

حل: مقدار $30 = \frac{12+22+10+16}{2} = \frac{n}{2}$ را با فراوانی تجمعی رده ها مقایسه می کنیم. برای این منظور لازم است فراوانی های تجمعی را نیز در جدول حساب نماییم. بنابراین

حدود رده ها	19.5-24.5	14.5-29.5	39.5-34.5	34.5-39.5
فراوانی	12	22	10	16
فراوانی تجمعی	12	34	44	60

لذا رده حاوی میانه رده دوم خواهد بود. بنابراین:

$$\tilde{x} = m = L + \left(\frac{\frac{n}{2} - F_{i-1}}{f_i}\right) \times c = 24.5 + \left(\frac{30-12}{22}\right) \times 5 = 28.59$$

دلیل اینکه از کران پایین رده دوم نیم واحد کم کرده ایم، پیوسته کردن داده ها می باشد چون جدول فوق چون تمام داده ها را در بر ندارد از کران پایین هر طبقه نیم واحد کم و به کران بالا در طبقه نیم واحد اضافه می کنیم.

چارک ها:

حالت(1): هنگامی که تعداد مشاهدات معمولی باشد: $a=1,2,3$ $\quad Q_a = x_{(\frac{a\times n}{4})}$

(1) چارک اول (Q_1)

(2) چارک دوم(Q_2) همان میانه است.

(3) چارک سوم(Q_3)

حالت(2):هنگامی که مشاهدات به صورت جدول فراوانی مرتب شده باشند.

$$Q_a = L + (\frac{\frac{a\times n}{4} - F_{i-1}}{f_i}) * c$$

L:حد پایین طبقه ای که چارک aام در آن قرار می گیرد.

F_{i-1}:فراوانی تجمعی طبقه قبل از طبقه ای که چارک aام در آن قرار دارد.

f_i :فراونی مطلق طبقه ای که چارک aام در آن قرار دارد.

تمرین: در جدول فراوان زیر چارک سوم را بدست آورید.

حدود رده ها	2-5	6-9	10-13	14-17	18-21	22-25	26-29	30-33
فراوانی	2	5	8	10	10	3	1	1
فراوانی تجمعی	2	7	15	25	35	38	39	40

حل)

$$Q_3 = L + (\frac{\frac{3\times n}{4} - F_{i-1}}{f_i}) * c = L + (\frac{\frac{3\times n}{4} - F_{i-1}}{f_i}) * c = 17.5 + (\frac{30-25}{10}) * 4 = 19.5$$

دقت کنید که جدول فوق چون تمام داده ها را در بر ندارد از کران پایین هر طبقه نیم واحد کم و به کران بالا در طبقه نیم واحد اضافه می کنیم.

مد(نما):

داده ای که بیشترین فراوانی یا تکرار را داشته باشد مد نامیده می شود.

مثال: مد داده های زیر را بیابید.

1 1 2 2 5 6 3 6 6 9 5 5 6 9 2 1

با توجه به اینکه 6 بیشتر از داده های دیگر تکرار شده، مد می باشد.

هنگامی که مشاهدات به صورت جدول فراوانی مرتب شده باشند مد عبارتست از:

$$M = L + (\frac{d_1}{d_1 + d_2}) \times c$$

(رده مد رده ای است که بیشترین فراوانی مطلق را دارد.)

مثال: در جدول فراوانی داده شده، مد را بیابید.

فراوان	حدود رده ها
7	2-5
6	6-9
10	10-13
4	14-17

حل:

$$M = L + (\frac{d_1}{d_1 + d_2}) \times c = 9.5 + (\frac{10-6}{(10-6)+(10-4)}) \times 4 = 9.5 + 1.6 = 11.1$$

نکته مهم: جدول فوق چون تمام داده ها را در بر ندارد از کران پایین هر طبقه نیم واحد کم و به کران بالا در طبقه نیم واحد اضافه می کنیم

گرایش های پراکندگی: در مطالعه تغییرات صفت متغیر اعضا یک جامعه تنها نمی توان به مشخصکننده های مرکزی اکتفا نمود چرا که گاه این تمامی شاخصهای مرکزی نظیر میانگین و نما و میانه برای دو جامعه یکسان است اما آن دو جامعه از حیث پراکندگی متفاوت هستند.به این مثال توجه کنید: فرض کنید که دو جامعه الف و ب هر یک با هفت عضو به شرح زیر وجود دارند: الف: 8 6 4 4 3 2 1

ب: 9 8 4 4 2 1 0

مشاهده می کنید که میانگین، میانه و نما برای هر دو جامعه عدد 4 است، درحالی که اختلاف و از هم گسیختگی داده های جامعه ب بیشتر است و مشخص کننده های مرکزی این تفاوت را بیان نمی کنند. بنابراین معرفی مشخص کننده های پراکندگی که بیانگر این نوع اختلافها هستند، ضرورت دارد. سه نوع مشهور مشخص کننده های پراکندگی عبارتند از دامنه ی تغییرات، انحراف متوسط و انحراف معیار که آنها را شرح میدهیم.

- دامنه تغییرات
- انحراف از میانگین
- واریانس